b) $f(x)-(x-\frac{1}{2})=\frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}+(x-\frac{1}{2})}$

$(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>(x-\frac{1}{2})^2 \Rightarrow \sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}>|x-\frac{1}{2}|$

$\Rightarrow \sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}>(x-\frac{1}{2}) \Rightarrow \sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}-(x-\frac{1}{2})>0$

$\Rightarrow f(x)-(x-\frac{1}{2})>0$

(ζ_f) est au dessus de D

3) * $\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2(1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x}$

$=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x}=\lim_{x\to-\infty}-\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=-1$

* $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)=\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2-x+1}+x)$

$=\lim_{x\to-\infty}\frac{(x^2-x+1)-x^2}{\sqrt{x^2-x+1}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x+1}{\sqrt{x^2-x+1}-x}$

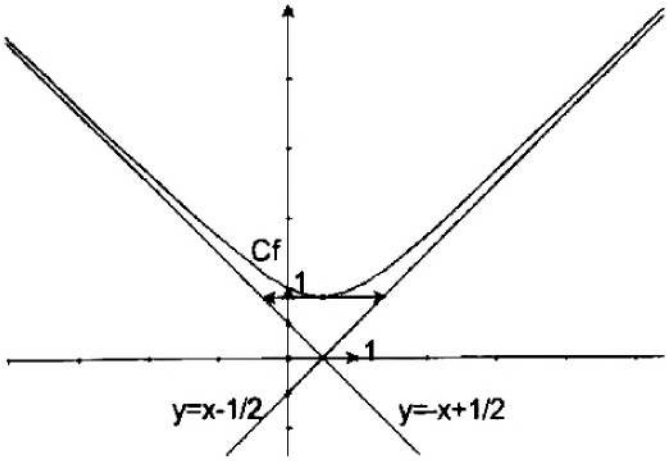
$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x+1}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x(1-\frac{1}{x})}{-x\left[\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1\right]}$

$=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{1+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{2}$

D':y=-x+$\frac{1}{2}$ est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(-\infty)$

4) $f'(x)=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$

x	-∞	½	+∞
f'(x)	-	0	+
f(x)	+∞	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	+∞



EX 13 :

1) $(\zeta_f)=(\zeta_3)$

$(\zeta_g)=(\zeta_1)$

$(\zeta_h)=(\zeta_2)$

2) * (ζ_1) admet une branche infinie parabolique de direction celle de $(O,\vec{i})$

* (ζ_2) admet la droite Δ:y=x comme a symptote oblique

* (ζ_3) admet une branche infinie parabolique de direction celle de $(O,\vec{j})$

EX 14 :

1) $D_f=[1,+\infty[$

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-2x)=\lim_{x\to+\infty}-3\sqrt{x-1}=-\infty$

d'où : la droite Δ:y=2x est une direction asymptotique à (ζ_f) au voisinage de $+\infty$

2) $f(x)=\frac{1}{x}-\sqrt{x+2}$

$D_f=[-2,+\infty[/\{0\}$

* $\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x}-\sqrt{x+2}=+\infty$

$\lim_{x\to0^-}f(x)=-\infty$

la droite d'équation x=0 est une asymptote à (ζ_f)

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn